Übungen zur Vorlesung elementarer und analytischer Tanz (an der Stange)

1. a) Zeigen Sie: Für d-dimensionale Ballerinen mit k Armen gibt es $\binom{k+d-1}{k}$ verschiedene Armpositionen.

   b) Machen Sie der Reihe nach alle Armpositionen im Fall $d = k = 4$, indem Sie sich eine zweite Person zur Hilfe nehmen und die Zeit als Dimension mitverwenden.

   c) Welche Muskeln tun Ihnen jetzt weh?

2. Betrachten Sie die folgenden Untergruppen der Automorphismengruppe $\operatorname{Aut}\mathcal{S}^\omega$ von Schrittfolgen:

$$\begin{aligned} G_1 &= \operatorname{Aut}(\{\text{en dehors, en dedans}\}) \\ G_2 &= \operatorname{Aut}(\{\text{éffacé, croisé}\}) \\ G_3 &= \operatorname{Aut}(\{\text{en déscendant, en remontant}\}) \\ G_4 &= \operatorname{Aut}(\{\text{à droite, à gauche}\}) \end{aligned}$$

   Sei $H := \langle G_1, G_2, G_3, G_4 \rangle$ das Erzeugnis dieser Gruppen in $\operatorname{Aut}\mathcal{S}^\omega$. Welche Kardinalität hat H? Ist H kommutativ? Welche der Gruppen G_i sind Normalteiler von H?

3. Zeigen Sie: In jeder hinreichend großen Ballett-Gruppe haben fast alle Ballerinen das Geschlecht 0.

4. Sei K ein perfekter Körper.

   (a) Machen Sie einen Spagat.

   (b) Drehen Sie Ihre Füße 180° auswärts.

   (c) Stellen Sie sich auf einen dicken Zeh und kratzen Sie sich dabei mit dem anderen an der Nase.

5. Klassifizieren Sie alle endlichen einfachen Pirouetten.

   Hinweis zur Bestimmung, ob eine Pirouette π einfach ist: Führen Sie π durch. Wenn man die blauen Flecken der Autschomorphismen-Gruppe schon am nächsten Tag nicht mehr sieht, war π einfach.

6. (a) Zeigen Sie: Jede kurze exakte Sequenz bestehend aus drei Akten induziert eine lange exakte Co-Reographie-Sequenz $C^\bullet$.

   (b) Führen Sie den selben Beweis nochmal en dedans.

7. Sei G eine kommutative Ballett-Gruppe, die in Paris, Zürich, Wien und Moskau Oper-iert. Bestimmen Sie die größte Prim-Ballerina $\mathfrak{a}$ von G. Was ist das von $\mathfrak{a}$ erzeugte Schönheits-Ideal? Ist $\mathfrak{a}$ magersüchtig?

8. Machen Sie 2^n changements, $n \geq 5$, und berechnen Sie während dessen das choreographische Urbild nach Mittag-Leffler eines Fauns V.

9. a) Zeigen Sie, dass die Funktion $\#\{\text{Katzen}\} \mapsto$ Ballett-Schritt unstetig ist.

   Hinweis: Berechnen Sie $\lim_{n\to 0}$ entre-chat-n und vergleichen Sie mit pas-de-chat.

   b) Wenn Sie gestern Muskelkater hatten und morgen wieder Muskelkater haben werden, ein entre-chat-wieviel machen Sie dann gerade?

10. Sei C die Choreographie des pas-de-deux (d. h. $2 \notin C$) aus dem „lac des signes“.

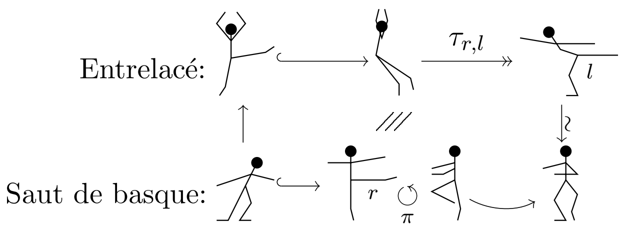
    a) Berechnen Sie die Sprungstellen von C mit Hilfe der Tschaikowski-Ungleichung.

    b) Bestimmen Sie die optimale Schrittweite $\Delta(x)$ vor dem grand jeté en tournant (jeté $\gg e^x$).

    c) Finden Sie die vier kleinen Vorzeichenfehler.

11. Temps de flèche (Zeit für Diagrammjagd): Zeigen Sie, dass entrelacé und saut-de-Basque homotop sind.

    Hinweis: Überprüfen Sie, dass das folgende Diagramm kommutiert:



12. Sei $\mathcal{T}$ eine Tänzerin und $T\ddot{u} \twoheadrightarrow \mathcal{T}$ eine Riemannsche Tüll-Überlagerung von $\mathcal{T}$ mit k Schichten. Berechnen Sie $T\ddot{u}^2$.

13. Sei $f(z)$ eine Spitzenform auf dem oberen Halbspiegel H. Lassen Sie den Imaginärteil von z ein mené gegen ∞ machen und entwickeln Sie so f in eine Fouetté-Reihe

$$f(z) = \sum_{n=-m}^{\infty} c_n e^{2\text{Pirouette}\cdot nz} \qquad (\text{mit } c_n \text{ am Fuß}).$$

    Um welche $c_n \neq 0$ dreht sich das Ganze?

Bitte das Übungsblatt vor der Abgabe halb zusammenfalten (demi-plié).

Musterlösung zu Aufgabe 10 a): siehe `http://www.youtube.com/watch?v=9h4s1h37bSo`